

ATENUAÇÃO DE EFEITOS DE NÃO-LINEARIDADES VIA CONTROLE IMF/LPV

PAULO C. PELLANDA*, ALBERTO M. SIMÕES*, PIERRE APKARIAN†

**IME, Departamento de Engenharia Elétrica
Rio de Janeiro, Brasil*

†*ONERA-CERT/DCSD, Departamento de Sistemas de Controle e Dinâmica de Vôo
Toulouse, França*

Emails: pellanda@ime.eb.br, am-simoes@uol.com.br, apkarian@cert.fr

Abstract— This paper shows that the Implicit Model Following (IMF) technique extended to Linear Parameter Varying (LPV) systems can be used to attenuate effects of nonlinearities, normally neglected while synthesizing a Linear Time Invariant (LTI) controller for a nonlinear system. With this purpose, the IMF/LPV formulation is used for the synthesis of a controller for the nonlinear model of a magnetic suspension system.

Keywords— nonlinear systems; LPV control; gain-scheduling; implicit model following

Resumo— Este artigo mostra que a técnica de Acompanhamento de um Modelo Implícito (IMF) estendida para o caso Linear a Parâmetro Variável (LPV) pode ser utilizada para a atenuação de efeitos de não-linearidades, normalmente desprezadas quando da síntese de um controlador Linear Invariante no Tempo (LTI) para um sistema não-linear. Com este propósito, a formulação IMF/LPV é utilizada para a síntese de um controlador LPV para o modelo não-linear de um levitador magnético.

Palavras-chave— sistemas não-lineares; controle LPV; escalonamento de ganho; IMF

1 Introdução

Um dos atrativos das técnicas clássicas de escalonamento de ganho (LEITH e LEITHEAD, 2000; RUGH e SHAMMA, 2000) é que elas permitem o controle de sistemas não-lineares utilizando-se as técnicas desenvolvidas para sistemas Lineares Invariantes no Tempo (LTI).

Uma vez que um controlador LTI só oferece garantia de estabilidade e desempenho na vizinhança do ponto de linearização do modelo não-linear e sob condição de pequenos sinais, as técnicas clássicas de escalonamento de ganho apoiam-se sobre uma estratégia do tipo dividir para conquistar. No processo de síntese do controlador interpolado, o primeiro passo é linearizar a planta não-linear em vários pontos de operação. O segundo passo é sintetizar controladores LTI para cada um desses pontos, de forma que possam ser utilizadas as várias técnicas existentes de controle LTI. Por último, basta definir uma lei de controle que faça a transição entre os controladores LTI de acordo com a evolução da planta não-linear pelos diversos pontos de operação. Embora essa metodologia seja bastante simples, essas técnicas sofrem por não apresentarem garantias de estabilidade e de desempenho.

Por outro lado, o controle Linear a Parâmetros Variáveis (LPV) representa a extensão das técnicas H_2/H_∞ para a classe de sistemas LPV. As técnicas LPV podem ser utilizadas na síntese de controladores para sistemas não-lineares uma vez que uma grande variedade de sistemas não-lineares podem ser reformulados como sistemas LPV. Em oposição às técnicas de tabelamento de ganho, o controle LPV oferece garantias de estabi-

lidade e de desempenho para o sistema não-linear dentro da faixa de operação especificada.

Dentre as técnicas LPV, destaca-se aquela que visa o Acompanhamento de Modelo Implícito (ou IMF, do inglês *Implicit Model Following*), a qual representa uma extensão da técnica IMF/LTI para sistemas LPV (PELLANDA e APKARIAN, 2003). Embora a técnica IMF/LPV permita tratar diretamente o sistema não-linear, ela pode ser utilizada segundo a filosofia de estender o funcionamento de um controlador LTI para além da vizinhança do ponto de operação. Para tanto, a porção LPV do novo controlador propõe-se a atenuar, ou até a anular, o efeito das não-linearidades para que o controlador comporte-se conforme especificado sob condições LTI. Esta abordagem conjuga a possibilidade de se utilizar as técnicas de controle LTI com as garantias de estabilidade e desempenho para o sistema não-linear oferecidas pelas técnicas LPV.

A técnica IMF/LPV é revista na Seção 2. A Seção 3 apresenta os resultados da aplicação dessa técnica no controle do modelo não-linear de um sistema de levitação magnética existente no Laboratório de Sistemas de Controle do Instituto Militar de Engenharia. Conclusões são apresentadas na Seção 4.

2 Controle IMF/LPV

Seja a planta LPV com estrutura LFT

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z_\Delta(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_\Delta & B_2 \\ C_\Delta & D_{\Delta\Delta} & D_{\Delta 2} \\ C_2 & D_{2\Delta} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w_\Delta(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (1)$$
$$w_\Delta(t) = \Delta(t)z_\Delta(t),$$

onde $A \in \mathcal{R}^{n \times n}$, $\Delta(t) \in \mathcal{R}^{N \times N}$ e $D_{22} = 0 \in \mathcal{R}^{p_2 \times m_2}$ definem a dimensão do sistema.

No problema IMF/LPV, deseja-se controlar a planta (1) de forma que ela tenha um comportamento dinâmico o mais próximo possível de um sistema

$$\dot{\eta}(t) = A_d \eta(t) \quad (2)$$

representando um modelo desejado de dinâmicas. Para tanto, procura-se minimizar o erro de acompanhamento definido como

$$e(t) := \xi(t) - \eta(t). \quad (3)$$

O vetor ξ representa combinações lineares dos estados x , escolhidas por meio de uma matriz real \mathcal{H} segundo

$$\xi(t) = \mathcal{H}x(t). \quad (4)$$

Esse problema pode ser resolvido pela minimização do custo

$$I = \int_0^\infty (\dot{e}^T R_0 \dot{e} + u^T R_1 u) dt, \quad (5)$$

onde R_0 e R_1 são matrizes simétricas de ponderação, sendo que a matriz R_1 fornece uma forma de limitação da ação de controle.

O que se busca é igualdade $\xi = \eta$. Assim, a derivada do erro definido em (3) torna-se

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \mathcal{H}\dot{x} - A_d \mathcal{H}x \\ &= \mathcal{H}(Ax + B_\Delta w_\Delta + B_2 u) - A_d \mathcal{H}x \\ &= (\mathcal{H}A - A_d \mathcal{H})x + \mathcal{H}B_\Delta w_\Delta + \mathcal{H}B_2 u. \end{aligned} \quad (6)$$

Substituindo-se a derivada do erro (6) na função custo (5) e após algumas manipulações algébricas chega-se a uma nova expressão para o custo:

$$I = \int_0^\infty y_i^T y_i dt, \quad (7)$$

onde

$$y_i = [C_i \quad D_{i\Delta} \quad D_{i2}] \begin{bmatrix} x \\ w_\Delta \\ u \end{bmatrix}. \quad (8)$$

O custo (7) apresenta a mesma forma do custo associado ao problema H_2 para um canal $[w_i, y_i]$ fictício, de modo que a resolução do problema IMF/LPV pode ser concebida como a minimização da norma H_2 desse canal $[w_i, y_i]$.

Assim, o problema IMF/LPV pode ser resolvido determinando-se o controlador LPV/LFT que minimize a norma H_2 do canal fictício (w_i, z_i) para a planta de síntese dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z_\Delta(t) \\ z_i(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_\Delta & B_i & B_2 \\ C_\Delta & D_{\Delta\Delta} & D_{\Delta i} & D_{\Delta 2} \\ C_i & D_{i\Delta} & D_{ii} & D_{i2} \\ C_2 & D_{2\Delta} & D_{2i} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w_\Delta(t) \\ w_i(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (9)$$

onde

$$\begin{bmatrix} B_i \\ D_{\Delta i} \\ D_{ii} \\ D_{2i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_N \\ 0_{N \times n} \\ 0_{(q+m_2) \times n} \\ 0_{p_2 \times n} \end{bmatrix} \quad (10)$$



Figura 1: Levitador magnético do IME.

e

$$\begin{bmatrix} C_i & D_{i\Delta} & D_{ii} & D_{i2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{i1} & R_0^{1/2} \mathcal{H} B_\Delta & 0_{q \times n} & R_0^{1/2} \mathcal{H} B_2 \\ 0_{m_2 \times n} & 0_{m_2 \times N} & 0_{m_2 \times n} & R_1^{1/2} \end{bmatrix}, \quad (11)$$

com

$$C_{i1} = R_0^{1/2} (\mathcal{H}A - A_d \mathcal{H}). \quad (12)$$

A transmissão direta é nula ($D_{\Delta i} = D_{2i} = 0$), de modo que o problema H_2 /IMF é bem definido.

Um atrativo da formulação IMF/LPV é que ela pode ser utilizada em problemas multi-objetivo. Para tanto, basta incorporar à planta de síntese eventuais especificações H_2 e/ou H_∞ que sejam necessárias. Outro ponto interessante é que as especificações de desempenho são expressas em termos de grandezas temporais, eliminando a necessidade de se lidar com parâmetros de natureza freqüencial, o que é ainda mais trabalhoso em se tratando de sistemas não-estacionários como os sistemas LPV.

Em (APKARIAN et al., 2000) foram derivadas LMI menos conservadoras para a síntese H_2/H_∞ multi-canal para plantas LPV discretas. Esta síntese pode ser utilizada para plantas contínuas por meio da discretização da planta LPV, permitindo a solução do problema IMF/LPV. Assim, neste trabalho a síntese H_2 /LPV do problema IMF é resolvida discretizando-se a planta LPV e sintetizando-se o controlador LPV pela técnica H_2 /LPV citada. O passo final é encontrar o controlador LPV contínuo equivalente.

3 Controle de um sistema de levitação magnética

3.1 Definição do problema

O sistema de levitação magnética mostrado na Figura 1 encontra-se em operação no Laboratório de Controle do IME. Seu objetivo é suspender uma esfera metálica por meio de uma força magnética gerada pelo conjunto eletroímã/ímã permanente. A bobina do eletroímã é constituída de 1130 espiras de fio 19 esmaltado, montada em *pot-core* de

aço 1020 com dimensões externas de 10 cm de base e 7 cm de altura. O ímã permanente de Neodímio-Ferro-Bário foi agregado ao sistema para aumentar a força magnética de maneira a diminuir a corrente de operação na bobina. A esfera metálica possui 0.355 Kg e 4 cm de diâmetro. Considera-se a aceleração da gravidade como sendo 9.8 ms^{-2} .

A dinâmica da esfera metálica no eixo vertical é regida por

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = mg - f_{mag}(y, i) \quad (13)$$

onde m é a massa da esfera (em Kg), y é a distância da esfera em relação ao eletroímã (em m), g é a aceleração da gravidade (em ms^{-2}) e $f_{mag}(y, i)$ é a força magnética (em N) exercida pelo conjunto ímã/eletroímã sobre a esfera para uma determinada posição y e para um valor i de corrente (em A) passando na bobina do eletroímã.

A dinâmica expressa por (13) pode ser representada em espaço de estados por

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= g - f_{mag}(y, i)/m \\ y(t) &= x_1(t), \end{aligned} \quad (14)$$

onde a medida y representa a posição x_1 da esfera. O sensoriamento da posição da esfera é feito com um laser vermelho emitindo na direção de um fotodetector. A determinação da posição da esfera é feita pela quantificação da luminosidade incidindo no fotodetector, sendo que esta é afetada em diferentes níveis conforme a esfera obstrui o feixe laser. A característica do sensoriamento de posição limita a operação do levitador a uma faixa de aproximadamente 4mm em torno do ponto nominal estabelecido para o posicionamento do sensor. O ponto nominal de operação do levitador é definido como (20mm, 0.8A), de modo que a região de interesse é delimitada por [16,24] mm \times [0.5,1.2] A.

A dependência funcional da força magnética $f_{mag}(y, i)$ em relação à posição y e à corrente i é inicialmente desconhecida e precisa ser modelada. Neste sentido, foi feito o levantamento experimental da força magnética para diferentes pares (y, i) . As medidas foram realizadas colocando-se o levitador de cabeça para baixo e acoplado-se a esfera a um dinamômetro calibrado para cancelar o efeito do peso. A Figura 2 mostra o gráfico da força magnética $f_{mag}(y, i)$ medida para diferentes valores de corrente e de posição.

A opção mais simples é modelar a força magnética, $f_{mag}(y, i)$, por uma aproximação linear da forma

$$f_l(y^*, i^*) = c_y y^* + c_i i^* + c_0, \quad (15)$$

onde $y^* := y - y_0$ e $i^* := i - i_0$, sendo y_0 e i_0 a posição e a corrente nominais, respectivamente. Essa aproximação corresponde à expansão de Taylor de primeira ordem na vizinhança do ponto

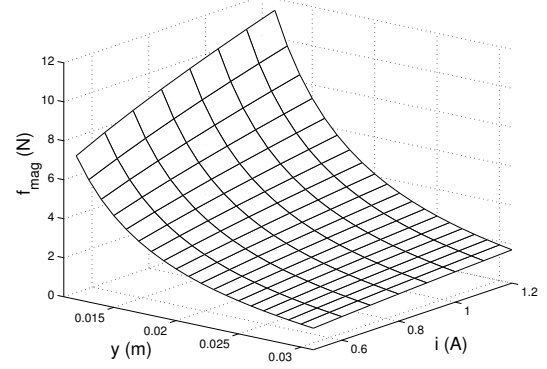


Figura 2: Valor da força magnética $f_{mag}(y, i)$ levantada experimentalmente.

Tabela 1: Aproximações para a força magnética

Constante	f_l	f_{quad}	f_{quady}
c_0	3	3	3
c_y	-585.4167	-566.69	-566.69
c_i	2.6225	2.3408	2.3147
c_{yi}	0	-374.6	-374.6
c_{y2}	0	51687	50785
c_{i2}	0	-0.21714	0

nominal (y_0, i_0) para o campo escalar $f_{mag}(y, i)$. As constantes que definem $f_l(y^*, i^*)$ são determinadas pelo método dos mínimos quadráticos, na região de interesse, de forma a minimizar o erro $f_{mag}(y, i) - f_l(y^*, i^*)$ de aproximação. A Tabela 1 relaciona os valores encontrados para as constantes, sendo que c_0 foi definida como $f_{mag}(y_0, i_0)$.

O erro na aproximação linear $f_l(y^*, i^*)$, mostrado na Figura 3, não é desprezível. Assim, uma aproximação mais rica é a aproximação quadrática da forma

$$f_{quad}(y^*, i^*) = c_{y2} y^{*2} + c_{i2} i^{*2} + c_{yi} y^* i^* + c_y y^* + c_i i^* + c_0, \quad (16)$$

correspondendo à expansão de Taylor de segunda ordem na vizinhança do ponto nominal (y_0, i_0) para o campo escalar $f_{mag}(y, i)$.

Observando-se na Tabela 1 o valor das constantes obtidas para a aproximação f_{quad} , percebe-se que a constante c_{i2} é proporcionalmente pequena, indicando que o termo i^2 não exerce influência significativa. Assim, espera-se que a aproximação

$$f_{quady}(y^*, i^*) = c_{y2} y^{*2} + c_{yi} y^* i^* + c_y y^* + c_i i^* + c_0 \quad (17)$$

ainda seja uma boa aproximação para f_{mag} . As constantes $(c_{y2}, c_{yi}, c_i, c_0)$ obtidas relativas a f_{quady} são relacionadas na Tabela 1. A Figura 3 mostra o erro da aproximação f_{quady} . Esse erro é da ordem de grandeza da tolerância das medidas experimentais, de modo que (17) pode ser considerada uma boa aproximação.

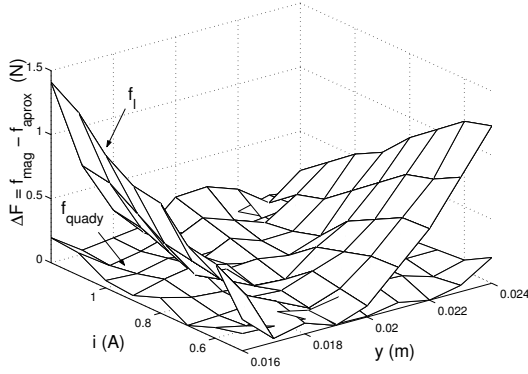


Figura 3: Erro nas aproximações f_l e f_{quady} para a força magnética.

Utilizando-se a aproximação (17) (assumindo-se que, efetivamente, $c_0 = mg$, para que $f_{quady}(0,0) = mg$ em (14), e fazendo-se

$$z_1(t) = x_1(t), \quad z_2(t) = i(t), \quad (18)$$

obtem-se facilmente um modelo *quasi*-LPV da forma LFT, $\mathcal{P} = \mathcal{F}_l(\Delta(\theta), M(s))$, onde \mathcal{F} representa a LFT inferior e a parte LTI $M(s)$ é dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ z_1(t) \\ z_2(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{c_y}{m} & 0 & -\frac{c_{y2}}{m} & -\frac{c_{yi}}{m} & -\frac{c_i}{m} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ w_1(t) \\ w_2(t) \\ u(t) \end{bmatrix}, \quad (19)$$

com $x_1(t) := x^*(t)$, $u(t) := i^*(t)$, $\theta(t) := x_1(t)$, e $\Delta(\theta)$ é tal que

$$\begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix} = \Delta(\theta) \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta(t) & 0 \\ 0 & \theta(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Obviamente, considera-se que o modelo (19) seja válido enquanto a esfera estiver posicionada dentro da faixa [1.6,2.4] mm, uma vez que a aproximação f_{quady} dada por (17) foi determinada para esse intervalo. A definição $\theta(t) := x_1(t)$ permite contornar as não-linearidades $y^*(t)y^*(t)$ e $i^*(t)y^*(t)$, e significa que o modelo obtido é uma representação *quasi*-LPV do modelo não-linear.

O controle do levitador magnético do IME é feito atualmente através de um controlador Proporcional-Derivativo (PD) LTI implementado analogicamente. A síntese desse controlador PD foi realizada sob hipótese de linearidade para a força magnética, que introduz, como foi visto, uma não-linearidade no sistema. Significa dizer que a força magnética $f_{mag}(y, i)$ foi aproximada pela função $f_l(y^*, i^*)$ dada por (15).

Por causa das hipóteses de linearidade na síntese do controlador PD, espera-se que ele tenha um comportamento satisfatório apenas para pequenas excursões da esfera em torno do ponto nominal. Por outro lado, espera-se que um controlador que leve em consideração as não-linearidades

na etapa de síntese apresente uma maior faixa de operação estável com garantia de desempenho, sendo essa a motivação para a síntese de um controlador LPV.

3.2 Resultados e Simulações

O controlador PD, denominado $K_{PD}(s)$, utilizado atualmente pode ser representado pela seguinte realização de estado:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_K(t) \\ u(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -250 & 23.978 \\ -23.978 & 2.8748 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_K(t) \\ y(t) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

A sua função de transferência possui um zero em -50 rad/s e um pólo em -250 rad/s. O sistema em malha fechada com $K_{PD}(s)$ também é da forma LFT/LPV, $\mathcal{P}_{cl} = \mathcal{F}_l(\Delta(\theta), G(s))$, onde a parte LTI é dada por $G(s) = \mathcal{F}_l(M(s), K_{PD}(s))$.

É importante perceber no modelo LFT/LPV, \mathcal{P} (19)-(20), do levitador magnético que é pela entrada $w_1(t)$ que a não-linearidade $y^{*2}(t)$ influencia o modelo $M(s)$ (19), enquanto que é pela entrada $w_2(t)$ que entra o termo $y^*(t)i^*(t)$, também não-linear. Assim, $M(s)$ pode ser visto como um modelo nominal, linear e estacionário do levitador magnético. Afinal, $\mathcal{P} = \mathcal{F}_l(\Delta(\theta), M(s))$ se reduz a $M(s)$ sob a hipótese $\Delta(\theta) = 0$, que pode ser visto como um desprezo dessas não-linearidades. Esse mesmo raciocínio pode ser aplicado ao sistema em malha fechada \mathcal{P}_{cl} , indicando que o levitador se comportaria exatamente como especificado na síntese LTI do controlador $K_{PD}(s)$ caso não houvesse a presença das não-linearidades entrando por $w_1(t)$ e $w_2(t)$.

Essa interpretação do modelo LFT/LPV sugere uma estratégia para a síntese do controlador IMF/LPV para o levitador magnético. Considerando-se que o controlador K_{PD} atende às especificações desejadas para o sistema linear $M(s)$, o objetivo é projetar um controlador IMF/LPV que minore ou mesmo cancele o efeito das não-linearidades agindo sobre o sistema em malha fechada \mathcal{P}_{cl} , de forma que as especificações para a síntese de $K_{PD}(s)$ também sejam atendidas com o modelo não-linear do levitador magnético. O controlador LPV pode ser visto como uma adaptação do controlador LTI para o sistema não-linear.

Assim, o canal IMF é definido pelas matrizes

$$\mathcal{H} = I_3, A_d = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -17148 & 0 & 1.5634e5 \\ 23.978 & 0 & -250 \end{bmatrix}, R_0 = I_2, \quad (22)$$

onde A_d é exatamente a matriz dinâmica de $G(s)$. Ao invés de utilizar o termo R_1 em (5) para impor restrição sobre a ação de controle, optou-se pela conjugação da especificação IMF com um canal H_∞ destinado a essa limitação da ação de controle, segundo a planta de síntese mostrada na Fi-

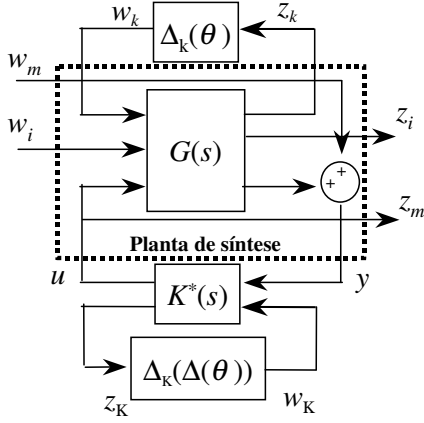


Figura 4: Planta de síntese IMF/LPV para o levitador magnético.

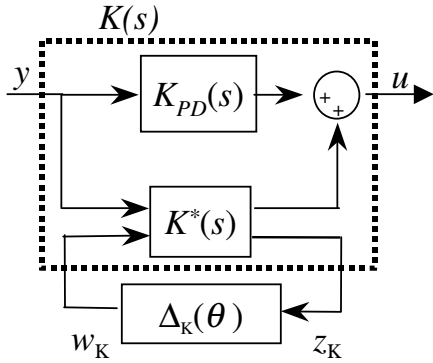


Figura 5: Controlador LPV \mathcal{K} .

Figura 4, onde o canal H_2 /IMF é dado por (w_i, z_i) e o canal H_∞ é dado por (w_m, z_m) .

O controlador IMF/LPV final, \mathcal{K} , é obtido pela interligação da Figura 5, onde $\mathcal{F}_l(K^*(s), \Delta_K(\theta))$ é o controlador resultante da síntese H_2/H_∞ LPV para a planta de síntese mostrada na Figura 4 e $K(s)$ representa a parte LTI de \mathcal{K} . Assim, o controlador LPV, \mathcal{K} , terá ordem 4, pois $K_{PD}(s)$ é de ordem 1 e $K^*(s)$ é de ordem 3 (uma vez que a planta de síntese é constituída pelo levitador de ordem 2 e por $K_{PD}(s)$).

O controlador IMF/ H_∞ LPV é encontrado minimizando-se o custo

$$c = \alpha\gamma + \beta\nu, \quad (23)$$

onde ν é o valor da norma H_2 do canal IMF (w_i, z_i) em malha fechada garantido pelo controlador LPV, γ é o valor da norma H_∞ do canal (w_m, z_m) em malha fechada garantido pelo controlador LPV, e α e β são pesos que definem a relação de compromisso entre a especificação IMF e a restrição sobre a ação de controle.

O controlador $\mathcal{K} = \mathcal{F}_l(K(s), \Delta_K(\theta))$ sintetizado com $(\alpha = 10^{-5}, \beta = 1)$ representa uma boa relação de compromisso entre o desempenho IMF

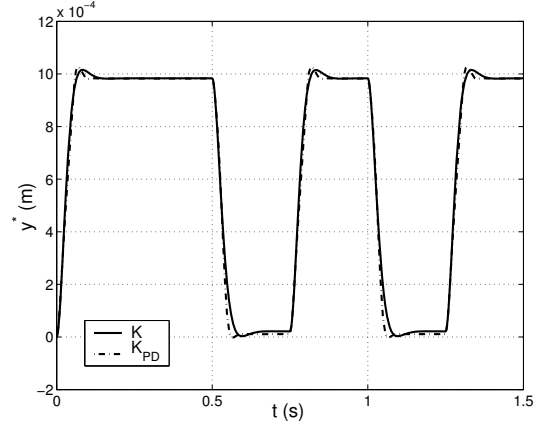


Figura 6: Controle do levitador com a esfera em torno do ponto nominal.

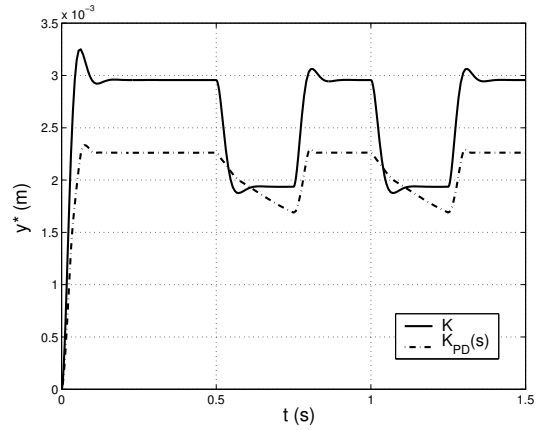


Figura 7: Controle do levitador com a esfera afastada do eletroímã.

e a energia da ação de controle, sendo que Δ_K é dado por

$$\begin{bmatrix} w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.63798 & 0.025822 \\ -0.064239 & 1.0938 \end{bmatrix} \Delta(\theta) \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} \quad (24)$$

e $K(s)$ reproduzido no topo da próxima página.

Embora para sistemas não-estacionários o conceito de pólo perca o significado, é interessante comparar os pólos de $G(s) = \mathcal{F}_l(M(s), K_{PD}(s))$ e os pólos do sistema em malha fechada $\mathcal{F}_l(M(s), K(s))$, que representam o levitador em condição nominal controlado por $K_{PD}(s)$ e por \mathcal{K} também “congelado” na condição nominal, respectivamente. Enquanto os pólos de $G(s)$ estão em $(-41.814 \pm 38.55i, -166.37)$ rad/s, os pólos de $\mathcal{F}_l(M(s), K(s))$ estão em $(-41.814 \pm 38.55i, -166.37, -308.76 \pm 279.94i, -533.51)$ rad/s, indicando que o controlador IMF LPV \mathcal{K} preserva as dinâmicas dominantes existentes, ou seja, quando o levitador é controlado por $K_{PD}(s)$.

As Figuras 6 a 9 mostram simulações não-lineares realizadas para o modelo do levitador controlado por \mathcal{K} . Para a simulação não-linear do levitador é utilizada a aproximação f_{quady} e supõe-

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \\ u(t) \\ z_1(t) \\ z_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -20.163 & -46.874 & -305.09 & 0 & -14.526 & 0 & 0 \\ 1618.2 & -486.05 & -1610.3 & 0 & -403.78 & 0 & 0 \\ -368.99 & 108.34 & -644.83 & 0 & 88.63 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -250 & 23.978 & 0 & 0 \\ -18.495 & 5.392 & -23.993 & -23.978 & 7.3529 & -0.53845 & -3.264 \\ -0.35943 & 0.1374 & -0.18589 & 0 & 0.17648 & 0.0062422 & 0.037839 \\ 1.9511 & -0.061933 & 6.8888 & 0 & -0.34407 & 0.097019 & 0.58812 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \\ x_4(t) \\ y(t) \\ w_1(t) \\ w_2(t) \end{bmatrix} \quad (25)$$

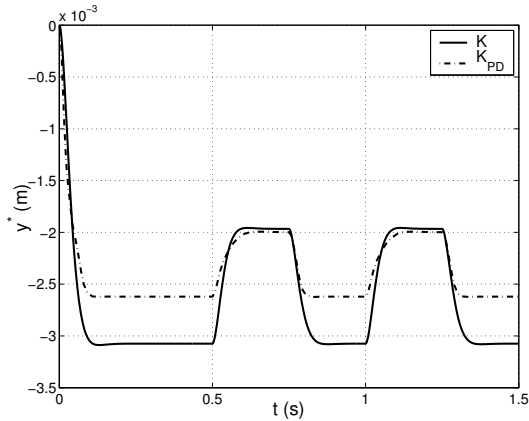


Figura 8: Controle do levitador com a esfera próxima ao eletroímã.

se que ela seja válida para os valores de corrente fora do intervalo $[0.5, 1.2]$ A. A Figura 6 mostra uma comparação entre o controle com \mathcal{K} e o controle com $K_{PD}(s)$ para entrada de referência que mantenha a esfera próxima ao ponto nominal. A entrada $u(t)$ foi definida como uma seqüência de pulsos retangulares, conforme mostrado na Figura 9. A Figura 7 mostra uma comparação entre o controle com \mathcal{K} e o controle com $K_{PD}(s)$ para entrada de referência que mantenha a esfera no extremo do intervalo de operação mais afastado do eletroímã. A simulação com $K_{PD}(s)$ mostra o limite até o qual a esfera pode ser levada antes do sistema se tornar instável. Por fim, a Figura 8 mostra uma comparação entre o controle com \mathcal{K}_3 e o controle com $K_{PD}(s)$ para entrada de referência que mantenha a esfera no extremo do intervalo de operação mais próximo ao eletroímã. Novamente, a simulação com $K_{PD}(s)$ mostra o limite até o qual a esfera pode ser levada antes do sistema se tornar instável. A Figura 9 mostra as correntes i_c comandada, i_K de controle e i_b total na bobina para a simulação em torno do ponto nominal mostrada na Figura 6.

As simulações das Figuras 6 a 8 mostram que o controlador LPV \mathcal{K} mantém a estabilidade e o desempenho para toda a faixa de operação especificada, enquanto que o controlador LTI $K_{PD}(s)$ mantém o sistema estável apenas em uma região menor de operação, somado ao fato de não ser robusto em desempenho para operações no limite de sua região de estabilidade.

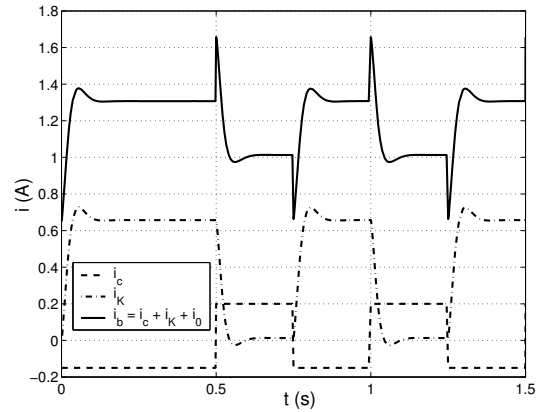


Figura 9: Correntes para simulação com a esfera em torno do ponto nominal, com \mathcal{K} .

4 Conclusões

A utilização da síntese IMF/LPV permitiu estender a operação do levitador magnético para além da região de linearidade, sendo o sistema em malha fechada robusto em estabilidade e desempenho para toda a faixa de operação não-linear especificada. O projeto do controlador LPV foi inteiramente baseado no projeto do controlador LTI existente, confirmando que a formulação IMF/LPV pode fornecer uma maneira sistemática e simples de atenuar os efeitos de não-linearidades. A implementação do controlador LPV e a conseqüente comprovação prática dos resultados apresentados são objetos de investigação futura.

Referências

- APKARIAN, P., PELLANDA, P. e TUAN, H. (2000). Mixed H_2/H_∞ multi-channel linear parameter-varying control in discrete time, *System & Control Letters* **41**: 333–346.
- LEITH, D. e LEITHEAD, W. (2000). Survey of gain-scheduling analysis and design, *Int J. Contr.* **73**(11): 1001–1025.
- PELLANDA, P. e APKARIAN, P. (2003). Synthesis of controllers for modal shaping in linear parameter-varying systems via the implicit model following formulation, *in Proc. Amer. Contr. Conf.* pp. 5161–5166.
- RUGH, W. e SHAMMA, J. (2000). Research on gain scheduling, *Automatica* (36): 1401–1425.